

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa locală, 14.02.2026****Clasa a VI-a****Barem de evaluare**

**SUBIECTUL I** Să se determine cifrele  $a, b, c$  știind că împărțind numărul 2216 la  $\overline{5a}$  se obține câtul  $\overline{4b}$  și restul  $\overline{2c}$ , unde  $\overline{2c}$  este un număr prim.

**Soluție și barem****2,5p oficiu**

Din teorema împărțirii cu rest obținem:  $2216 = \overline{5a} \cdot \overline{4b} + \overline{2c}$ .....4p

Din ipoteză  $\overline{2c}$  este un număr prim  $\Rightarrow c \in \{3, 9\}$ .....4p

Dacă  $c = 3$  atunci  $u(a \cdot b) = 3 \Rightarrow a, b \in \{1, 3\}$ , cu soluțiile  $a = 1$  și  $b = 3$ , respectiv  $b \in \{7, 9\}$  caz în care nu avem soluții .....6p

Dacă  $c = 9$  atunci  $u(a \cdot b) = 7 \Rightarrow a, b \in \{1, 7\}$ , respectiv  $a, b \in \{3, 9\}$  și nu există soluții.....6p

Soluție finală  $a = 1, b = 3, c = 3$  .....2,5p

**SUBIECTUL II** Demonstrați că, dacă  $a, b, c$  sunt numere naturale nenule și  $2a + 31b = 29c$ , atunci  $(a+b)(b+c)(c+a)$  este divizibil cu 1798.

*Supliment Gazeta Matematică***Soluție și barem****2,5 p oficiu**

$$2a + 31b = 29c \Rightarrow 2a + 2b + 29b = 29c \Rightarrow 2(a + b) + 29b = 29c.$$

Cum 29 nu divide pe 2, atunci  $(a + b) : 29$  .....6,5p

$$2a + 31b = 29c \Rightarrow 2a + 29a + 31b = 29a + 29c \Rightarrow 31(a + b) = 29(a + c)$$

Cum  $(a + b) : 29 \Rightarrow (a + c) : 31$ .....6,5p

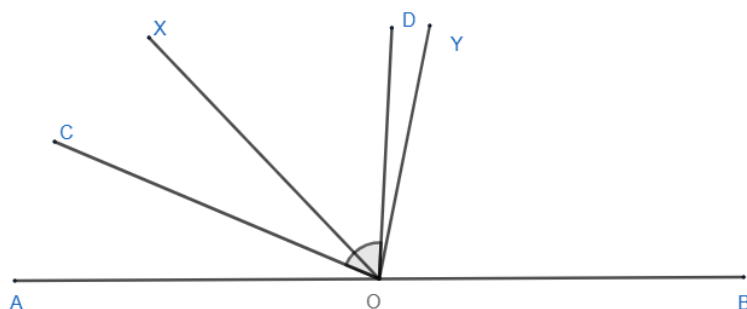
$$2a + 31b = 29c \Rightarrow 2(a + b) + 29(b + c) = 2 \cdot 29c \Rightarrow (b + c) : 2$$
.....6,5p

Din  $(a + b) : 29, (a + c) : 31$  și  $(b + c) : 2 \Rightarrow (a + b)(b + c)(c + a) : 1798$

$$1798 = 2 \cdot 29 \cdot 31$$
.....3p

**SUBIECTUL III** Se consideră punctele coliniare  $A, O, B$  în această ordine și punctele  $C$  și  $D$  de aceeași parte a dreptei  $AB$ , astfel încât măsura unghiului  $COD$  este egală cu  $70^\circ$ , iar semidreapta  $OC$  este situată în interiorul unghiului  $AOD$ . Dacă  $OX$  și  $OY$  sunt bisectoarele unghiurilor  $AOD$ , respectiv  $BOC$ , determinați măsura unghiului  $XOY$ .

Soluție si barem



2,5 p oficiu

Desen corect .....3,5p  
 $\angle XOY = 180^\circ - (\angle AOX + \angle BOY) \quad (1) \quad \dots\dots\dots 3p$   
 $\angle AOX = \frac{\angle AOD}{2}, \angle BOY = \frac{\angle BOC}{2} \quad \dots\dots\dots 3p$   
 Înlocuind în relația (1) obținem  $\angle XOY = 180^\circ - \frac{\angle AOD + \angle BOC}{2} \quad (2) \quad \dots\dots\dots 4p$   
 $\angle AOD + \angle BOC = \angle AOC + \angle COD + \angle BOD + \angle COD = 180^\circ + 70^\circ = 250^\circ \quad \dots\dots\dots 6p$   
 Înlocuind în relația (2) obținem  $\angle XOY = 180^\circ - \frac{250^\circ}{2} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ \quad \dots\dots\dots 3p$

**SUBIECTUL IV** Fie  $A, B, C, D$  puncte coliniare, în această ordine, iar  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $AC$  și  $BC$ . Calculați lungimile segmentelor  $AB$  și  $AD$  știind că sunt îndeplinite simultan condițiile: i)  $AB < BC$ ;

ii)  $5 \cdot AB + 4 \cdot BC - 3 \cdot CD = 29$

iii)  $5 \cdot BC = 6 \cdot CD$  și  $MN = 2 \text{ cm}$

Soluție si barem

2,5p oficiu

          A                          B          M          N                          C  D          

Din relația i) ordinea punctelor este:  $A - B - M - N - C - D \quad \dots\dots\dots 3,5p$

Notăm lungimile segmentelor astfel:  $AB = a, BC = b$ , respectiv  $CD = c. \quad \dots\dots\dots 2p$

Relatiile ii) și iii) devin:  $5a + 4b - 3c = 29$  și  $5b = 6c$  cu  $MN = 2 \text{ cm} \quad \dots\dots\dots 2p$

M mijlocul segmentului  $AC \Rightarrow AM = MC = \frac{AC}{2} = \frac{AB+BC}{2} = \frac{a+b}{2} \quad \dots\dots\dots 3p$



$$N \text{ mijlocul segmentului } BC \Rightarrow BN = NC = \frac{BC}{2} = \frac{b}{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$MN = MC - NC \Rightarrow \frac{a+b}{2} - \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow AB = 4cm \dots\dots\dots 4p$$

$$\begin{aligned} \text{Relația ii) devine: } 20 + 4b - 3c &= 29 \Rightarrow 4b - 3c = 9 \text{ și cum } 5b = 6c \Rightarrow b = 6 \Rightarrow BC = 6 \text{ cm} \Rightarrow \\ \Rightarrow 6c &= 30 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow CD = 5 \text{ cm} \Rightarrow AD = AB + BC + CD = 15 \text{ cm} \dots\dots\dots 6p \end{aligned}$$

**Notă:** Orice altă rezolvare corectă a unei probleme, se evaluează cu maxim de puncte (22,5p)

*Probleme propuse de prof. Paula Maria Dărăban, prof. Todoran Nicoleta-Cerasela,  
prof. Istrate Tamara, prof. Gînta Florica*